

1. По кругу в некотором порядке записаны 2024 нуля и 2025 единиц. Каждую секунду между каждыми двумя соседними числами записывают 0, если они равны, и 1, если они различны, после чего старые числа стираются. Могут ли через некоторое время быть записаны по кругу 4049 единиц?
2. В последовательности 19752... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предыдущих четырёх цифр. Встретится ли в этой последовательности наборы цифр: а) 1234; б) ещё раз 1975; в) 8197?
3. На плоскости в вершинах выпуклого 2024-угольника расположены 2024 фишки, по одной в каждой вершине. За один ход можно разбить их на две группы и фишки первой группы сдвинуть на какой-нибудь вектор, а остальные фишки оставить на месте. Может ли случиться, что после 9 ходов все фишки окажутся на одной прямой? А после 10 ходов?
4. В квадрате  $ABCD$  на стороне  $AB$  внутри квадрата построили равнобедренный треугольник  $ABE$  с углами при основании  $AB$  равными  $15^\circ$ . Докажите, что треугольник  $CDE$  правильный.
5. В  $n$  стаканах достаточно большой вместительности налито поровну воды. Разрешается переливать из любого стакана в любой другой столько воды, сколько имеется в этом последнем. При каких  $n$  можно в конечное число шагов слить воду в один стакан?
6. В ряд стоят 9 вертикальных столбиков. В некоторых местах между соседними столбиками вставлены горизонтальные палочки, никакие две не находятся на одной высоте. Жук ползёт снизу вверх; встречая палочку, он переползает по ней на соседний столбик и продолжает ползти вверх. Известно, что если жук начинает внизу первого (самого левого) столбика, он закончит свой путь на девятом (самом правом) столбике. Всегда ли можно убрать одну палочку так, чтобы жук в конце пути оказался наверху пятого столбика?
7. Имеется набор из  $n$  гирек с попарно различными массами и чашечные весы без гирь. На весы по очереди выкладывают по одной гирьке и записывают первую букву слова «Левая», «Правая» или «Никакая» в зависимости от того, какая чаша весов перевешивает. Докажите, что в результате может получиться любая наперёд заданная последовательность букв «Л» и «П» длины, не превышающей  $n$ .